Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotik und triadische Logik

1. In Elisabeth Walthers Peirce-Biographie lesen wir: „Da Peirce die Modalitäten gelegentlich den Universal-Kategorien zugeordnet hat (...), liegt es nahe, die modale bzw. triadische Logik als eine semiotische Theorie zu interpretieren oder – anders ausgedrückt – die Semiotik mit Hilfe einer modalen Logik darzustellen" (1989, S. 346 f.).

2. Oberflächlich betrachtet, ist es tatsächlich so, dass die Peircesche Semiotik auf den drei Modalitäten Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit aufgebaut ist, die Peirce in dieser Reihenfolge den Kategorien der Erstheit, Zweitheit und Drittheit zugeordnet hatte:

ZR = (M, W, N) = (.1., .2., .3.),

doch stehen die Modalitäten selber in einer triadischen Relation:

M > W > N

1 > 2 > 3,

von denen jeweils das erste Glied die Reinheit, Direktheit oder Offenheit, das zweite eine singuläre Selektion daraus und die dritte eine Interpretation im Sinne einer Vollständigkeit über den beiden ersten Kategorien bedeutet (vgl. Mittelbezug: Qualität (reines Repertoire) – Quantität (im Sinne der Aussonderungen aller übrigen Qualitäten) – Essenz (Zuspitzung zur Qualität des Sinnes). Und weil die Modalitäten selber nach triadischem Gesichtspunkt ausgewählt sind, ist erklärlich, warum es in Peirce´s Klassifikation weder eine Unmöglichkeit, noch eine Zufälligkeit, dafür aber eine Wirklichkeit gibt (vgl. z.B. Menne 1991, S. 55 ff.). Daraus folgt, dass Peirce Modalitäten zwar auf eine triadische Logik weisen, aber keine solche sind, weil es die negativen Korrelate seiner Modalitäten offenbar nicht gibt. Vor allem aber ist die Logik, die der

Peirceschen Semiotik zugrunde liegt (falls es sie wirklich gibt) eine dyadische Logik, die um den Wert „Wirklichkeit“ anstatt „Unbestimmtheit“ vermehrt ist, also etwas im Grunde ganz und gar Sonderbares. Was Peirce im Grunde mit dieser sonderbaren Klassifikation vorschwebte, die es, einzelne der drei Grundgesetze des Denkens, die normalerweise in Logiken immer selbdritt daherkommen, auszuschalten, andere jedoch zuzulassen. **Aus einer Stelle bei Walther (1989, S. 346) geht hervor, dass Peirce für eine Logik seiner Semiotik offenbar nur das Prinzip der Identität anerkannte, während er mit seiner Kategorie der Möglichkeit das Prinzip des Widerspruchs und mit seiner Kategorie der Notwendigkeit das Prinzip des Ausgeschlossenen Dritten verabschiedete.** Dass eine solche Logik nicht funktionieren kann, liegt auf der Hand, vor allem aber ist nach dem zuletzt Gesagten klar, dass es sich bei Peirce Logik klarerweise und eine dyadische und nicht um eine triadische Logik handelt.

3. Als nächstes möchte ich auf formalem Wege zeigen, eine was für welche dyadische Logik es ist, die der triadischen Peirceschen Semiotik zugrunde liegt. Dazu nehme ich an, die Peircesche Semiotik sei triadisch, und der Dyadizitätsbeweise erfolgt ex negativo. In einem 3-wertigen System gibt es 3 Austauschrelationen:

$1 \leftrightarrow 2$

$2 \leftrightarrow 3$

$1 \leftrightarrow 3$,

worunter die 1. Austauschrelation die klassische Identität ist (die ja Peirce ausdrücklich als einziges der drei Grundgesetze des Denkens akzeptiert).

Nun verändert sich ein logisches System nicht, wenn man z.B. anstatt 1 = Negation und 2 = Position setzt: 1 = Position und 2 = Negation. D.h., man kann z.B., anstatt eine Logik auf Konjunktion und Disjunktion aufzubauen, sie genauso gut auf Exklusion und Rejektion aufbauen, d.h. die Spiegelbilder der Wahrheitswertverteilungen benutzen. Im Falle der klassischen zweiwertigen Logik ist dies also beim Austausch $1 \leftrightarrow 2$ der Fall. Wenn nun in der triadischen Logik der dritte Werte den unbestimmten Wert bedeutet, dann ist es klar, dass man nicht ohne weiteres die Austauschrelationen $2 \leftrightarrow 3$ oder $1 \leftrightarrow 3$ vornehmen kann, um wieder eine zur ursprünglichen isomorphe Logik zu erhalten. Genauso gehen wir nun beim Austausch semiotischer Werte vor.

4. Zunächst zeigen wir anhand des Austausches $1 \leftrightarrow 2$, dass der Peirceschen Semiotik keine Logik im Sinne der klassischen dyadischen Logik zugrunde liegt, inder die beiden Werte Position und Negation spiegelbildlich sind, in der also durch ihren Ersatz eine der Ausgangslogik isomorphe zweite Logik entsteht:

4.1. Die Gruppe (PZ, $\circ_1$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_1 1 = 2$; $1 \circ_1 2 = 2 \circ_1 1 = 3$; $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$; $2 \circ_1 2 = 1$; $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$; $3 \circ_1 3 = 3$.

2. Assoziativität: $1 \circ_1 (2 \circ_1 3) = (1 \circ_1 2) \circ_1 3 = 2$; $2 \circ_1 (3 \circ_1 2) = (2 \circ_1 3) \circ_1 2 = 1$, $3 \circ_1 (3 \circ_1 1) = (3 \circ_1 3) \circ_1 1 = 1$, usw.

3. Einselement: $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$; $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$; $3 \circ_1 3 = 3$, d.h. $e = 3$.

4. Inverses Element: $1^{-1} = 2$, denn $1 \circ_1 2 = 3$; $2^{-1} = 1$, denn $2 \circ_1 1 = 3$; $3^{-1} = 3 =$ const.

Sei σ_1: $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$, dann erzeugt σ_1 die folgenden Zeichenklassen aus den 10 Peirceschen Zeichenklassen:

σ_1 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (3.2 1.2 2.2)

σ_1 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (3.2 1.2 2.1)*

σ_1 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (3.2 1.2 2.3)*

σ_1 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.2 1.1 2.1)*

σ_1 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.2 1.1 2.3)*

σ_1 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.2 1.3 2.3)

σ_1 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.1 1.1 2.1)

σ_1 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.1 2.3)*

σ_1 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.3 2.3)

σ_1 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 1.3 2.3),

wobei die 5 gestirnten Zeichenrelationen keine Peirceschen Zeichenklassen sind. Wie man erkennt, erhalten wir keine zur Peirceschen Semiotik isomorphe Semiotik, sondern ein Teilsystem, angereichert durch falsch konstruierte Zeichenrelationen. Der Schluss lautet: Falls die Peircesche Semiotik tatsächlich auf einer dyadischen Logik basiert, kann es sich nicht um die bekannte aristotelische Logik handeln.

4.2. Die Gruppe (PZ, $\circ_2$)

1. Abgeschlossenheit: 1 $\circ_2$ 1 = 1; 1 $\circ_2$ 2 = 2 $\circ_2$ 1 = 2; 1 $\circ_2$ 3 = 3 $\circ_2$ 1 = 3; 2 $\circ_2$ 2 = 3; 2 $\circ_2$ 3 = 3 $\circ_2$ 2 = 1; 3 $\circ_2$ 3 = 2.

2. Assoziativität: 1 $\circ_2$ (2 $\circ_2$ 3) = (1 $\circ_2$ 2) $\circ_2$ 3 = 1; 2 $\circ_2$ (3 $\circ_2$ 2) = (2 $\circ_2$ 3) $\circ_2$ 2 = 2, 3 $\circ_2$ (3 $\circ_2$ 1) = (3 $\circ_2$ 3) $\circ_2$ 1 = 2, usw.

3. Einselement: 1 $\circ_2$ 1 = 1; 2 $\circ_2$ 1 = 1 $\circ_2$ 2 = 2; 3 $\circ_2$ 1 = 1 $\circ_2$ 3 = 3, d.h. e = 1.

4. Inverses Element: 1^{-1} = 1 = const., 2^{-1} = 3, denn 2 $\circ_3$ 3 = 1, 3^{-1} = 2, denn 3 $\circ_3$ 2 = 1.

Sei σ_2: 2 $\rightarrow$ 3, 3 $\rightarrow$ 2, dann erzeugt σ_2 die folgenden Zeichenklassen aus den 10 Peirceschen Zeichenklassen:

σ_2 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.1 3.1 1.1)

σ_2 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.1 3.1 1.3)

σ_2 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.1 3.1 1.2)

σ_2 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.1 3.3 1.3)*

σ_2 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.1 3.3 1.2)*

σ_2 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.1 3.2 1.2)*

σ_2 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.3 3.3 1.3)

σ_2 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.3 1.2)*

σ_2 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.2 1.2)*

σ_2 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 3.2 1.2)

Auch diese zweite Möglichkeit, eine isomorphe Semiotik zu gewinnen, ist also fehlgeschlagen, denn auch durch den Austausch 2 $\leftrightarrow$ 3erhalten wir nur 5 der 10 Peirceschen Zeichenklassen sowie 5 nicht-wohlgeformte Zeichenrelationen.

4.3. Die Gruppe (PZ, $\circ_3$)

1. Abgeschlossenheit: 1 $\circ_3$ 1 = 3; 1 $\circ_3$ 2 = 2 $\circ_3$ 1 = 1; 1 $\circ_3$ 3 = 3 $\circ_3$ 1 = 2; 2 $\circ_3$ 2 = 2; 2 $\circ_3$ 3 = 3 $\circ_3$ 2 = 3; 3 $\circ_3$ 3 = 1.

2. Assoziativität: 1 $\circ_3$ (2 $\circ_3$ 3) = (1 $\circ_3$ 2) $\circ_3$ 3 = 2; 2 $\circ_3$ (3 $\circ_3$ 2) = (2 $\circ_3$ 3) $\circ_3$ 2 = 3, 3 $\circ_3$ (3 $\circ_3$ 1) = (3 $\circ_3$ 3) $\circ_3$ 1 = 3, usw.

3. Einselement: 1 $\circ_3$ 2 = 2 $\circ_3$ 1 = 1; 2 $\circ_3$ 2 = 2; 3 $\circ_3$ 2 = 2 $\circ_3$ 3 = 3, d.h. e = 2.

4. Inverses Element: 1^{-1} = 3, denn 1 $\circ_3$ 3 = 2; 2^{-1} = 2 = const., 3^{-1} = 1, denn 3 $\circ_3$ 1 = 2.

Sei σ_3: 1 $\rightarrow$ 3, 3 $\rightarrow$ 1, dann erzeugt σ_3 die folgenden Zeichenklassen aus den 10 Peirceschen Zeichenklassen:

σ_3 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (1.3 2.3 3.3)

σ_3 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (1.3 2.3 3.2)

σ_3 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (1.3 2.3 3.1)

σ_3 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.3 2.2 3.2)

σ_3 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.3 2.2 3.1)

σ_3 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.3 2.1 3.1)

σ_3 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.2 2.2 3.2)

σ_3 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.2 3.1)

σ_3 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.1 3.1)

σ_3 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 2.1 3.1)

Erstmals finden wir durch 1 $\leftrightarrow$ 3 ein isomorphes semiotisches System zur Peirceschen Semiotik. Damit ist die Semiotik in Widerspruch zur Annahme auf einer dyadischen Logik gegründet, allerdings auf einer, die nicht auf der klassischen Identität 1 $\leftrightarrow$ 2, sondern auf der nicht-klassischen Identität 1 $\leftrightarrow$ 3 basiert. Man kommt damit zum Schluss, dass der Peirceschen Semiotik eine fragmentarische triadische Logik zugrunde liegt, d.h einer Logik, der eine echte Negation fehlt und an ihre Stelle ein Unbestimmtheitswert getreten ist.

Bibliographie

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

22.11.2010